WPISUJE ZDAJĄCY

KOD	IMIĘ I NAZWISKO *

* nieobowiązkowe

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z NOWĄ ERĄ

MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

dysleksja

STYCZEŃ 2017

Czas pracy: 180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **22** strony (zadania **1–17**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod oraz imię i nazwisko.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)
Dane są liczby $a = \log_3 5$, $b = \log_5 7$, $c = \log_7 3$. Iloczyn abc jest równy

A. 1 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 7

Zadanie 2. (0–1)
Ciąg (a_n) jest określony następująco: $a_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^{100}$ oraz $a_{n+1} = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot a_n$ dla $n \geqslant 1$. Wówczas

A. $a_{99} = 1$ **B.** $a_{100} = 1$ **C.** $a_{101} = 1$ **D.** $a_{102} = 1$

Zadanie 3. (0–1)
Równanie $x^5 + x^3 + x = 0$

A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

C. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.

D. ma dokładnie pięć rozwiązań rzeczywistych.

Zadanie 4. (0–1)
Wartość wyrażenia $2\cos^2 15° - 1$ jest równa

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $-\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 5. (0–1)
Okrąg o środku $S = (-1, 2)$ jest styczny do prostej o równaniu $3x + 4y + 5 = 0$. Promień tego okręgu jest równy

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.**16

BRUDNOPIS

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	1	2	3	4	5
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

W zadaniu 6. zakoduj wynik w kratkach zamieszczonych pod poleceniem.
W zadaniach 7.–17. rozwiązania zapisz w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 6. (0–2)
Liczby a i b spełniają warunki $a + b = 6$ i $a \cdot b = 2$. Oblicz wartość wyrażenia $a^3 + b^3$.

Wpisz w poniższe kratki kolejno: cyfrę setek, cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0–2)

Oblicz $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{(n-1)^2}{(2n-2)^2 + (6n+3)^2}$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	**Nr zadania**	**6**	**7**
	Maks. liczba pkt	**2**	**2**
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 8. (0–2)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - 120$. Oblicz największą wartość funkcji kwadratowej g określonej wzorem $g(x) = -2 \cdot f(x+4) - 6$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 9. (0–2)

W nieskończonym ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = k$, $a_2 = k - 1$, gdzie $k > 1$.

Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 5. Oblicz k.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	8	9
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $2\cos 2x \cos 5x = \cos 7x + \frac{1}{2}$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	10
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 11. (0–4)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których funkcja kwadratowa

$$f(x) = x^2 - (4m + 2)x + 4m^2 + 4m - 3$$

ma dwa różne miejsca zerowe x_1 i x_2 spełniające warunek $x_1 + x_2 = |x_1 - x_2|$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (0–3)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y i z prawdziwa jest nierówność:

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 4xy + 4xz + 4yz \geqslant 0.$$

Zadanie 13. (0–4)

Rzucamy trzema symetrycznymi sześciennymi kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe $P(A|B)$, gdzie A to zdarzenie polegające na tym, że suma wyrzuconych oczek na wszystkich kostkach będzie parzysta, a B to zdarzenie, w którym dokładnie na jednej kostce wypadnie 6 oczek.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	12	13
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 14. (0–4)

Czworokąt $ABCD$ o bokach długości $|AB| = 24$, $|BC| = 20$, $|CD| = 15$ i $|AD| = 7$ wpisano w okrąg. Oblicz długość przekątnej AC tego czworokąta.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–5)

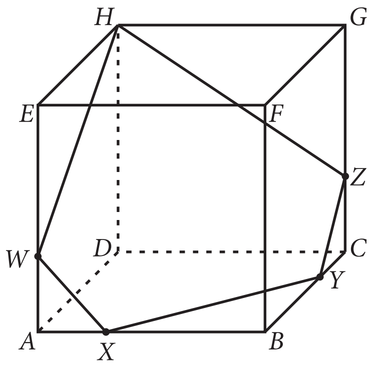
Punkt $A = (0, 0)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Punkt $M = (8, 1)$ jest środkiem boku BC, a punkt $N = (10, 5)$ – środkiem boku CD tego równoległoboku. Oblicz współrzędne wierzchołków: B, C i D.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	15
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 16. (0–6)

Krawędź sześcianu $ABCDEFGH$ ma długość 12. Na krawędziach AB i BC wybrano takie punkty X i Y, że $|BX| = |BY| = 8$. Przekrój tego sześcianu płaszczyzną XYH jest pięciokątem $HWXYZ$ (rysunek niżej).



Oblicz obwód tego pięciokąta.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	16
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 17. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany spełniające jednocześnie dwa warunki:

- suma długości wszystkich krawędzi jest równa 52,
- podstawą jest prostokąt o bokach x i $x + 3$.

Zapisz objętość takiego prostopadłościanu jako funkcję zmiennej x. Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz wymiary tego spośród rozpatrywanych prostopadłościanów, którego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	**Nr zadania**	**17**
	Maks. liczba pkt	**7**
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS